2. Числа k и l не равны друг другу. Докажите, что если векторы a + kb и a + lb не коллинеарны, то: а) векторы a и b не коллинеарны; б) векторы $a + k_1b$ и $a + l_1b$ не коллинеарны при любых неравных числах k_1 и l_1.

Доказательство

а) Предположим, что a и b будут все-таки коллинеарны, то есть b = λ·a.

Следовательно a + kb = a + kλa = a(l + kλ), и a + lb = a + lλa = (a + lλ).

Получили, что векторы (l + kλ)a и (l + lλ)a коллинеарны, значит и соответствующие им векторы a + kb и a + lb коллинеарны, что противоречит по условию задачи.

Вывод: предположение неверно, a и b не коллинеарны.

б) Предположим, что векторы $a + k_1b$ и $a + l_1b$ все-таки коллинеарны, следовательно

$a + k_1b = \lambda(a1 + l_1b)$,

$a(l - \lambda) = b(\lambda l_1 - k1)$, $b = \frac{1-\lambda}{\lambda l_1 - k_1} \cdot \vec{a}$.

Для краткости обозначим $\mu = \frac{1-\lambda}{\lambda l_1 - k_1}$, следовательно b = μ·a.

В этом случае a + kb = a + kμa = a(1 + kμ),

a + lb = a + lμa = a(l + lμ), то есть векторы (l + kμ)a и (l + lμ)a – коллинеарны, и соответствующие им векторы a + kb и a + lb – тоже коллинеарны. А это противоречит условию задачи.

Вывод: предположение неверно, векторы a + kb и a + lb не коллинеарны.