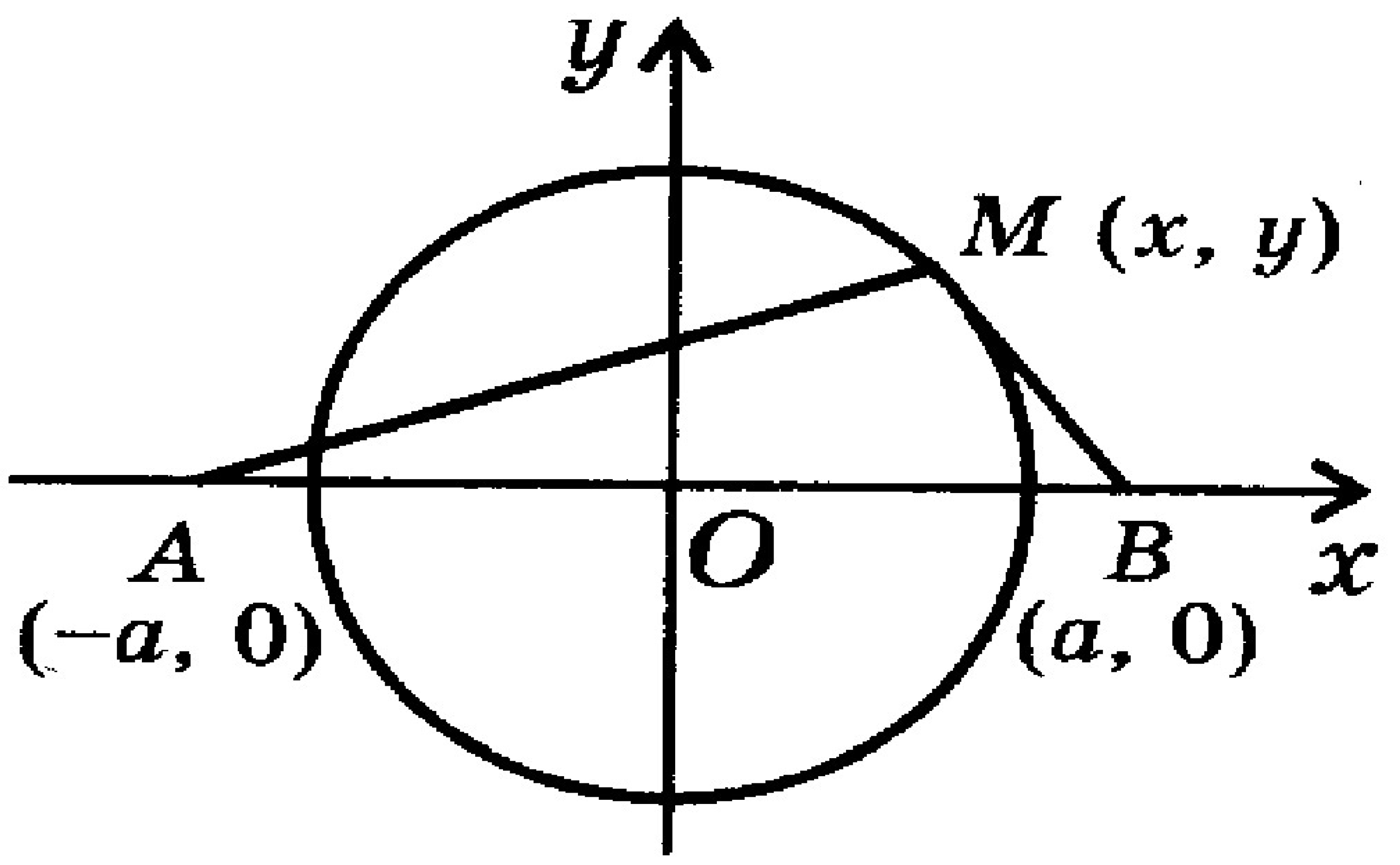
Даны две точки A и B. Найдите множество всех точек M, для каждой из которых $AM^2+BM^2=k^2$, где k — данное число.

Точка O – середина AB. Введем ДСК с началом в точке O. Тогда точка A имеет координаты $(-a; 0)$, точка B – $(a; 0)$, точка M – $(x; y)$. Получаем:
$AM^2 = (x + a)^2 + y^2$ и
$BM^2 = (x - a)^2 + y^2$, тогда
$AM^2 + BM^2 = k^2$, тогда
$((x + a)^2 + y^2) + ((x - a)^2 + y^2) = k^2$.



Если точка M принадлежит искомому множеству, то данное уравнение удовлетворяет условию: $x^2 + y^2 = \dfrac{k^2 - 2a^2}{2}$.

Рассмотрим 3 варианта решения.

1) $k^2 = 2a^2$, значит, $\dfrac{k^2 - 2a^2}{2} = 0$, т.е. $x^2 + y^2 = 0$. Уравнению удовлетворяет только одна точка O – середина отрезка AB. Искомое множество точек состоит из одной точки.

2) $k^2 > 2a^2$, тогда искомым множеством точек будет окружность радиуса $r = \sqrt{\dfrac{k^2 - 2a^2}{2}}$ с центром в точке O.

3) $k^2 < 2a^2$, тогда $\dfrac{k^2 - 2a^2}{2} < 0$, поэтому нет ни одной точки, которая удовлетворяла бы условию задачи.