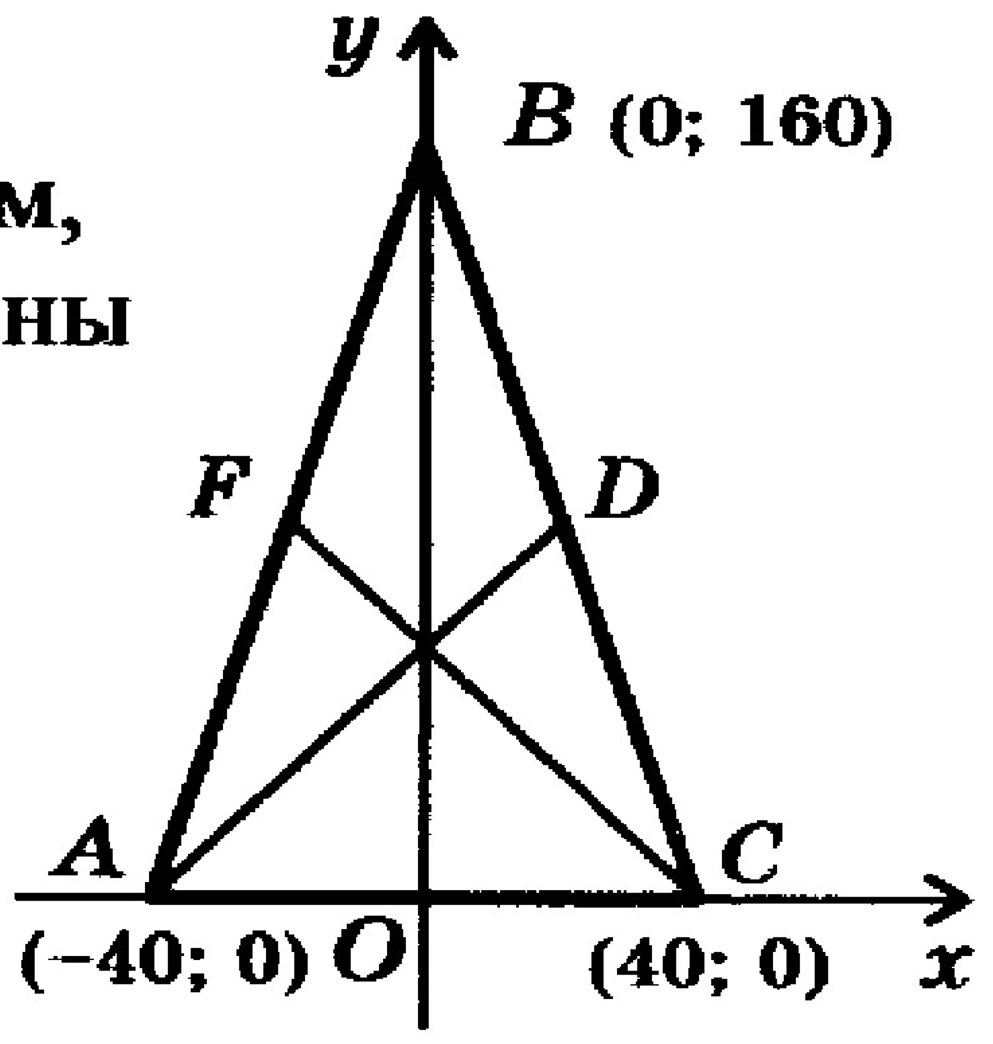
Медиана, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 160 см, а основание треугольника равно 80 см. Найдите две другие медианы этого треугольника.

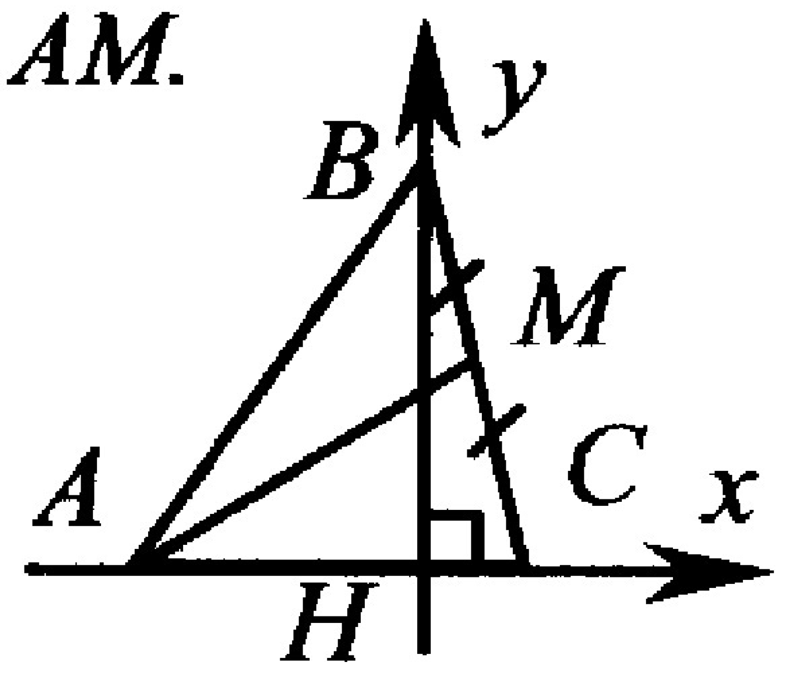


ΔABC – данный, AC – основание ΔABC, $AB = BC$, BO – медиана ΔABC, $BO = 160$ см, $AC = 80$ см (по условию). Выразим вершины ΔABC в системе координат.
Точка A (–40; 0), точка C (40; 0), точка B (0; 160). AD и CF – медианы ΔABC.
Значит, F (–20; 80); D (20; 80).

$$AD=\sqrt{(20+40)^2+(80-0)^2}=\sqrt{60^2+80^2}=$$

$$=100 \text{ см}; \ CF=\sqrt{(-20-40)^2+(80-0)^2}=\sqrt{(-60)^2+80^2}=100 \text{ см}.$$

Высота треугольника, равная 10 см, делит основание на два отрезка, равные 10 см и 4 см. Найдите медиану, проведенную к меньшей из двух других сторон.

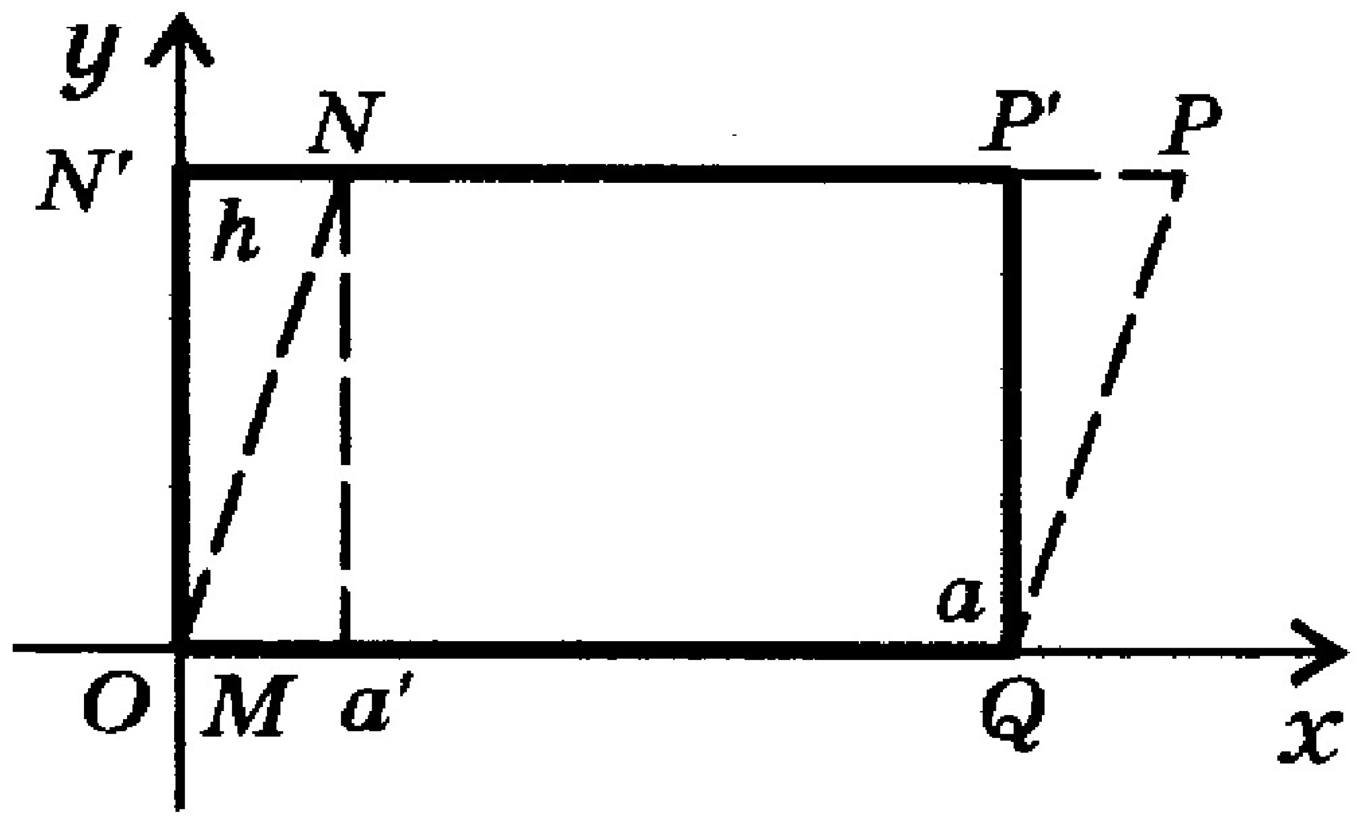


<u>Дано:</u> ΔABC; $BH \perp AC$; AM – медиана. **<u>Найти:</u>** AM.
<u>Решение.</u>
$BH = 10$ см, $AH = 10$ см. Введем систему координат, где H – начало координат.
Тогда $A(-10; 0)$; $C(4; 0)$; $B(0; 10)$.

$$x_M=\frac{x_B+x_C}{2},\ x_M=2;\ y_M=\frac{y_B+y_C}{2},\ y_M=5.$$

Т.е. $M(2; 5)$. $AM=\sqrt{(10+2)^2+(0-5)^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13$ см.

Докажите, что если диагонали параллелограмма равны, то параллелограмм является прямоугольником.



Пусть нам даны параллелограмм $MNPQ$ и прямоугольник $MN'P'Q$, причем $MQ = N'P' = NP = a$. Введем ДСК XOY так, что точки O и M совпадают. Напишем координаты всех точек и условие равенства диагоналей через координаты.
M (0; 0), Q (a; 0), N' (0; h), P' (a; h),
P ($a + a'$; h), N (a'; h). Тогда $(a + a')^2 + h^2 = (a - a')^2 + h^2$ или
$a^2 + 2aa' + a'^2 = a^2 - 2aa' + a'^2$.
Из этого равенства получаем: $aa' = 0$. Так как $a \neq 0$, значит, $a' = 0$.
Тогда N (0; h) = N', P (a; h) = P', т.е. параллелограмм совпадает с прямоугольником.