

● На оси ординат найдите точку, равноудаленную от точек:

а) $A(-3; 5)$ и $B(6; 4)$;

б) $C(4; -3)$ и $D(8; 1)$.

Пусть $O(0; y)$ – искомая точка.

$$\text{а) } AO = \sqrt{(-3-0)^2 + (5-y)^2} = \sqrt{9 + (5-y)^2};$$

$$BO = \sqrt{(6-0)^2 + (4-y)^2} = \sqrt{36 + (4-y)^2}.$$

$$AO = BO, \text{ значит } 9 + (5-y)^2 = 36 + (4-y)^2;$$

$$(5-y-4+y)(5-y+4-y) = 27; 9-2y = 27; y = -9.$$

$$\text{б) } CO = \sqrt{(4-0)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{16 + (y+3)^2};$$

$$DO = \sqrt{(8-0)^2 + (1-y)^2} = \sqrt{64 + (1-y)^2}.$$

$$CO = DO, \text{ значит } 16 + (y+3)^2 = 64 + (1-y)^2;$$

$$(y+3)^2 - (1-y)^2 = 64 - 16;$$

$$(y+3-1+y)(y+3+1-y) = 48; (2+2y)4 = 48; 2+2y = 12;$$

$$2y = 10; y = 5.$$

Ответ: а) $(0; -9)$; б) $(0; 5)$.

● На оси абсцисс найдите точку, равноудаленную от точек: а) $A(1; 2)$ и $B(-3; 4)$; б) $C(1; 1)$ и $D(3; 5)$.

Пусть $O(x; 0)$ – искомая точка.

$$\text{а) } AO = \sqrt{(1-x)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{(1-x)^2 + 4};$$

$$BO = \sqrt{(-3-x)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(x+3)^2 + 16}.$$

$$AO = BO, \text{ значит } (1-x)^2 + 4 = (x+3)^2 + 16; (1-x)^2 - (x+3)^2 = 12;$$

$$(1-x-x-3)(1-x+x+3) = 12; (-2x-2) \cdot 4 = 12; x = -2,5.$$

$$\text{б) } CO = \sqrt{(1-x)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(1-x)^2 + 1};$$

$$DO = \sqrt{(3-x)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{(3-x)^2 + 25}.$$

$$CO = DO, \text{ значит } (1-x)^2 + 1 = (3-x)^2 + 25; (1-x)^2 - (3-x)^2 = 24;$$

$$(1-x-3+x)(1-x+3-x) = 24; -2 \cdot (4-2x) = 24;$$

$$4-2x = -12; x = 8.$$

Ответ: а) $(-2,5; 0)$; б) $(8; 0)$.