Дан параллелограмм $ABCD$. Докажите, что $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}=$ $=\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XD}$, где X — произвольная точка плоскости.

Дано: ABCD – параллелограмм,

X – произвольная точка плоскости.

Доказать: $\overline{XA} + \overline{XC} = \overline{XB} + \overline{XD}$.

Доказательство.

$\overline{XB} = \overline{XA} + \overline{AB}$ – правило треугольника.

$\overline{XC} = \overline{XD} + \overline{DC}$ – правило треугольника.

Имеем:

$\overline{XA} + \overline{XC} = \overline{XB} + \overline{XD}$,

$\overline{XA} + \overline{XD} + \overline{DC} = \overline{XA} + \overline{AB} + \overline{XD}$.

Сравнивая левую и правую части уравнения, имеем:

$\overline{DC} = \overline{AB}$, и это верно.

Из $\overline{DC} \uparrow\uparrow \overline{AB}$ и $|\overline{DC}| = |\overline{AB}|$ (т.к. ABCD –параллелограмм), ч.т.д.