Докажите, что если векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$ равны, то середины отрезков AD и BC совпадают. Докажите обратное утверждение: если середины отрезков AD и BC совпадают, то $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

1) Дано: $\overline{AB} = \overline{CD}$

Доказать: середины AD и BC совпадают.

Доказательство:

$\overline{AB} = \overline{CD}$, поэтому и $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$, $\overline{AB} \uparrow\uparrow \overline{CD}$,

т.е. $AB \parallel CD$ и $AB = CD$.

ABCD: $AB \parallel CD$ и $AB = CD$, следовательно, ABCD – параллелограмм (по I признаку), диагонали в параллелограмме пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, т.е. середины AD и BC совпадают.

2) Дано: середины отрезков AD и DB совпадают.

Доказать: $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Доказательство:

Четырехугольник ABCD: диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, т.е.

ABCD – параллелограмм (по III признаку). В параллелограмме противолежащие стороны параллельны и равны, т.е. $AB \parallel CD$ и $CD = AB$ и $\overline{CD} \uparrow\uparrow \overline{AB}$, $|\overline{CD}| = |\overline{AB}|$, следовательно, $\overline{AB} = \overline{CD}$