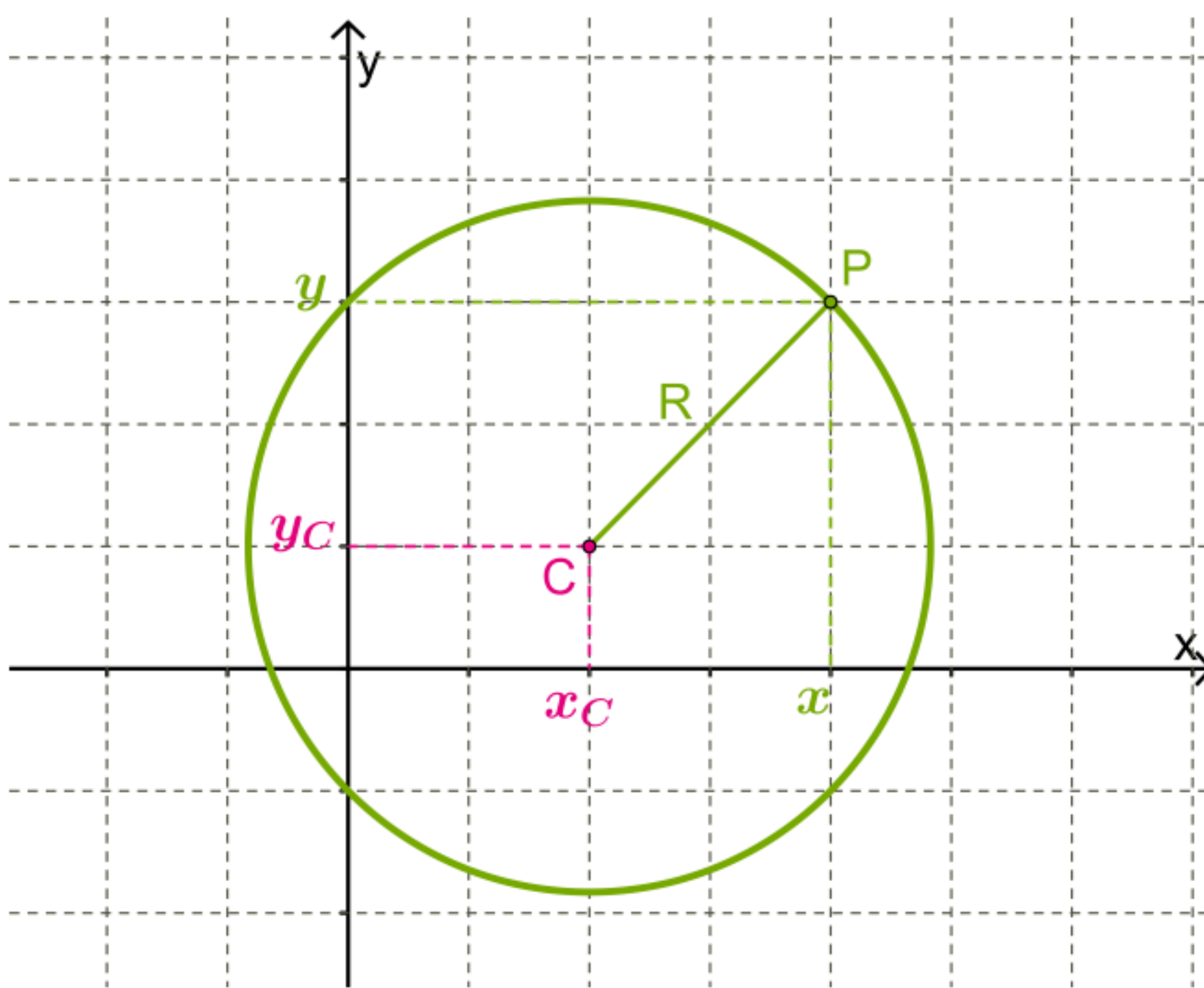


Теория:

Уравнение окружности

Используем два уже известных факта и выведем уравнение окружности:

1. Все точки окружности находятся в данном расстоянии (**радиус**) от данной точки (**центр**);
2. Мы имеем формулу для расчёта расстояния между двумя точками, если знаем координаты точек $|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$, а если так, то квадрат расстояния $AB^2 = (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2$.



Допустим, что центр окружности находится в точке $C(x_C; y_C)$, а радиус окружности равен R . Любая точка $P(x; y)$ на этой окружности находится на расстоянии R от центра C , значит справедливо равенство

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2.$$

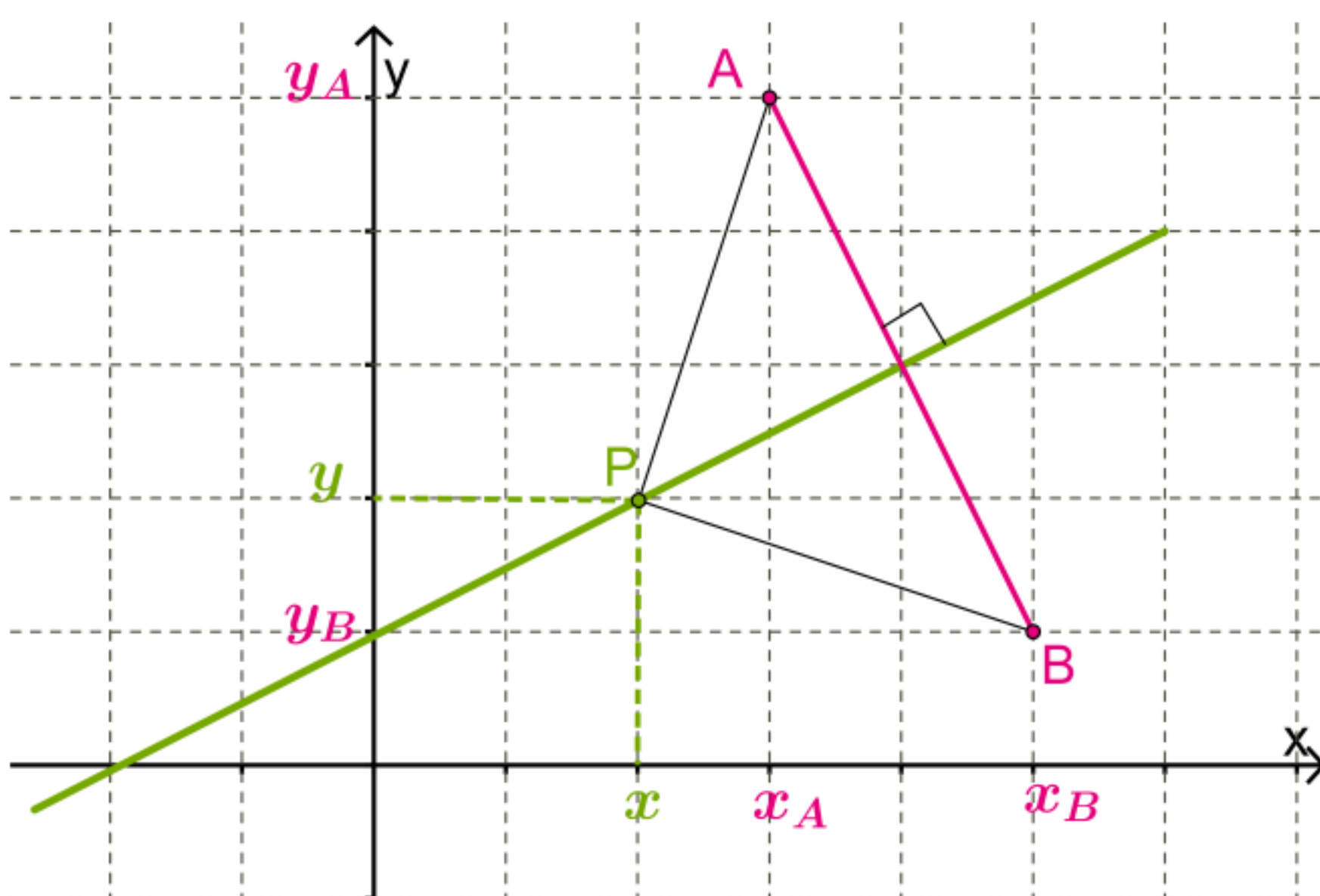
Это и есть уравнение окружности с центром C и радиусом R . Координаты всех точек, которые находятся на окружности, удовлетворяют уравнению.

Если центр окружности находится в начале координат $(0; 0)$, то уравнение имеет вид $x^2 + y^2 = R^2$

Уравнение прямой

Для выведения уравнения прямой проведём эту прямую как серединный перпендикуляр некоторому отрезку с данными координатами конечных точек отрезка.

Известно, что все точки серединного перпендикуляра находятся в равных расстояниях от концов отрезка.



Координаты концов отрезка $A(x_A; y_A)$ и $B(x_B; y_B)$. Любая точка $P(x; y)$ находится в равных расстояниях от конечных точек $PA = PB$, конечно равны и квадраты расстояний $PA^2 = PB^2$, значит справедливо равенство

$$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = (x - x_B)^2 + (y - y_B)^2, \text{ которое и есть уравнение прямой.}$$

После возведения выражений в скобках и приведения подобных слагаемых

$$\begin{aligned} x^2 - 2 \cdot x \cdot x_A + (x_A)^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot y_A + (y_A)^2 &= \\ = x^2 - 2 \cdot x \cdot x_B + (x_B)^2 + y^2 - 2 \cdot y \cdot y_B + (y_B)^2 \end{aligned}$$

$$2 \cdot x \cdot x_B - 2 \cdot x \cdot x_A + 2 \cdot y \cdot y_B - 2 \cdot y \cdot y_A + (x_A)^2 - (x_B)^2 + (y_A)^2 - (y_B)^2 = 0$$

$$(2x_B - 2x_A) \cdot x + (2y_B - 2y_A) \cdot y + ((x_A)^2 - (x_B)^2 + (y_A)^2 - (y_B)^2) = 0$$

уравнение будет в таком виде:

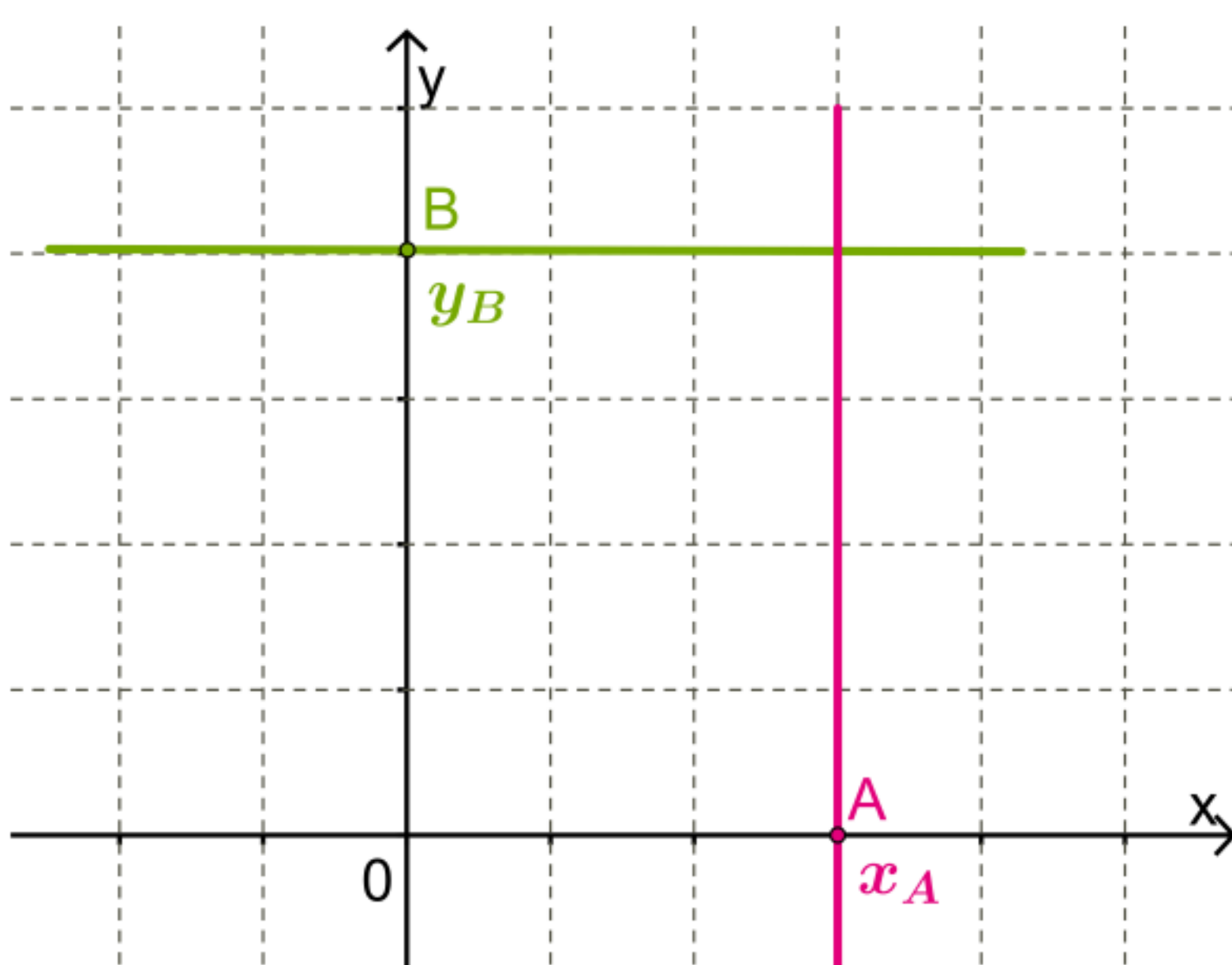
$$ax + by + c = 0$$

$$a = 2(x_B - x_A)$$

$$b = 2(y_B - y_A)$$

$$c = (x_A)^2 - (x_B)^2 + (y_A)^2 - (y_B)^2$$

Рассмотрим особые прямые.



1. Прямая проходит через некоторую точку на оси Ox с координатами $A(x_A; 0)$.

Для любой точки на этой прямой $x = x_A$, это и есть уравнение прямой.

Так как ось Oy проходит через начало координат, то уравнение оси Oy есть $x = 0$.

2. Прямая проходит через некоторую точку на оси Oy с координатами $B(0; y_B)$.

Для любой точки на этой прямой $y = y_B$, это и есть уравнение прямой.

Так как ось Ox проходит через начало координат, то уравнение оси Ox есть $y = 0$.