Найти уравнение окружности с центром в точке (−3; 4), проходящей через начало координат.

Решение

Центр окружности имеет координаты (−3; 4). Поэтому уравнение этой окружности можно записать в виде $(x+3)^2+(y-4)^2=r^2$, где r — пока неизвестный радиус окружности. Найдем его. Для этого воспользуемся тем, что окружность проходит через начало координат, т. е. координаты точки O (0; 0) удовлетворяют этому уравнению: $(0+3)^2+(0-4)^2=r^2$. Отсюда $r^2=25$, и, значит, $r=5$. Итак, искомое уравнение окружности имеет вид

$$(x+3)^2+(y-4)^2=25.$$

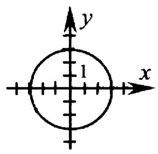
Если раскрыть скобки и привести подобные члены, то получится уравнение $x^2+y^2+6x-8y=0$, которое также является уравнением данной окружности.

Начертите окружность, заданную уравнением:

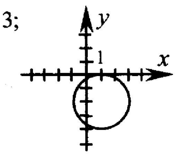
а) $x^2+y^2=9$; б) $(x-1)^2+(y+2)^2=4$;

в) $(x+5)^2+(y-3)^2=25$; г) $(x-1)^2+y^2=4$;

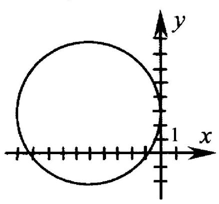
д) $x^2+(y+2)^2=2$.



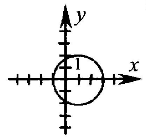
а) $O(0; 0)$; $R = 3$;



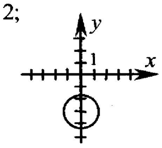
б) $O(1; -2)$; $R = 2$;



в) $O(-5; 3)$; $R = 5$;



г) $O(1; 0)$; $R = 2$;



д) $O(0; -2)$; $R = \sqrt{2}$.

Окружность задана уравнением $(x+5)^2+(y-1)^2=16$. Не пользуясь чертежом, укажите, какие из точек $A(-2;\ 4)$, $B(-5;\ -3)$, $C(-7;\ -2)$ и $D(1;\ 5)$ лежат:
а) внутри круга, ограниченного данной окружностью;
б) на окружности;
в) вне круга, ограниченного данной окружностью.

Из уравнения окружности мы узнаём, что координаты центра (−5; 1) и радиус окружности $\sqrt{16}=4$.

а) Расстояние от точки до центра окружности должно быть меньше радиуса окружности, т.е. 4. $l_A = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$, $l_B = 4$, $l_C = \sqrt{13}$, $l_D = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$. Лишь $\sqrt{13} < 4$, значит, точка C лежит внутри круга, ограниченного окружностью.

б) Из данных, полученных в пункте **а)**, точка B лежит на окружности.

в) Вне окружности лежат две оставшиеся точки A и D.