

Пусть X , Y и Z — произвольные точки. Докажите, что векторы $\vec{p} = \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{ZX} + \overrightarrow{YZ}$, $\vec{q} = (\overrightarrow{XY} - \overrightarrow{XZ}) + \overrightarrow{YZ}$ и $\vec{r} = (\overrightarrow{ZY} - \overrightarrow{XY}) - \overrightarrow{ZX}$ нулевые.

По правилу треугольника: $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$, имеем:

$$\vec{p} = \overline{XY} + \overline{ZX} + \overline{YZ} = \overline{XY} + \overline{YZ} + \overline{ZX} = \overline{XZ} + \overline{ZX} = \overline{XX} = \vec{0};$$

$$\vec{q} = (\overline{XY} - \overline{XZ}) + \overline{YZ} = \overline{XY} + \overline{ZX} + \overline{YZ} = \overline{XY} + \overline{YZ} + \overline{ZX} = \overline{XX} = \vec{0}.$$

$$\vec{r} = (\overline{ZY} - \overline{XY}) - \overline{ZX} = \overline{ZY} + \overline{YX} + \overline{XZ} = \overline{ZX} + \overline{XZ} = \overline{ZZ} = \vec{0}.$$