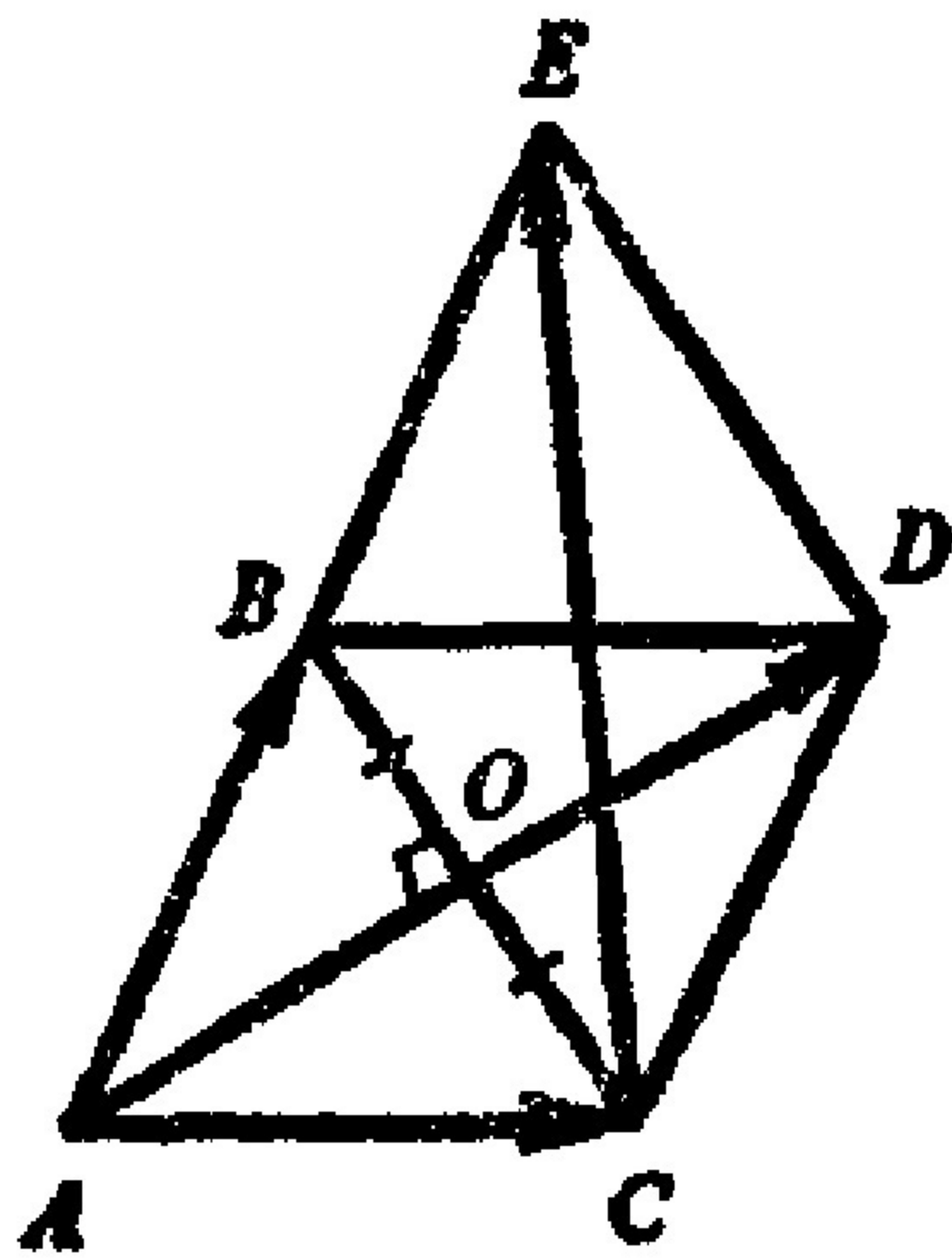


Сторона равностороннего треугольника  $ABC$  равна  $a$ .  
 Найдите: а)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$ ; б)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$ ; в)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}|$ ;  
 г)  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}|$ ; д)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ .



Дано:  $\triangle ABC$  – равносторонний со стороной  $a$ .

а)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = ?$

б)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = ?$

в)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}| = ?$

г)  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}| = ?$

д)  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = ?$

Решение:

а)  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}| = \overrightarrow{AC} = a$ .

б) Построим  $CD \parallel AB$  и  $BD \parallel AC$ . Тогда  $ABCD$  – параллелограмм (по определению) и смежные стороны  $AB = AC = a$ , следовательно,  $ABCD$  – ромб.

По правилу параллелограмма имеем:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ , значит,  $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}| = AD$ ,  $AD$  – диагональ ромба, следовательно,

$AD = 2AO$ ,  $AO \perp BC$  и  $O$  – середина  $BC$ . Рассмотрим  $\triangle AOC$ :  
 ( $\angle O = 90^\circ$ ) по т. Пифагора:

$$AO^2 = AC^2 - OC^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}, \text{ следовательно,}$$

$$AO = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad AD = 2 \cdot AO = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}.$$

в) Построим  $DE \parallel BC$  и  $DE = BC$ . Тогда  $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CB}$  и  $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$  (как противоположные стороны параллелограмма). Значит,

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{CE}$ ,  $CDEB$  – ромб по построению со стороной  $a$  и  $CDEB = ABDC$ , тогда, диагональ  $CE = AD = a\sqrt{3}$ .

г) по правилу треугольника имеем:  $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$ , т.е.

$\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AC}$ , тогда  $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CA}$ ,  $|\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{CA}| = CA = a$ .

д) по правилу треугольника имеем:  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ , следовательно,

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{BC}$ , тогда  $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB}$ ,  $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{CB}| = CB = a$ .

Ответ:  $a, a\sqrt{3}, a\sqrt{3}, a, a$ .