

7545. Найдите расстояние от точки $D(1; 3; 2)$ до плоскости, проходящей через точки $A(-3; 0; 1)$, $B(2; 1; -1)$ и $C(-2; 2; 0)$.

Ответ. $\frac{10}{\sqrt{11}}$.

Указание. Если ρ — расстояние от точки $D(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости, заданной уравнением $ax + by + cz + d = 0$, то

$$\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

Решение. Найдём координаты векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$:

$$\overrightarrow{AB} = (2 - (-3); 1 - 0; -1 - 1) = (5; 1; -2),$$

$$\overrightarrow{AC} = (-2 - (-3); 2 - 0; 0 - 1) = (1; 2; -1).$$

Пусть $\vec{n} = (a; b; c)$ — ненулевой вектор, перпендикулярный искомой плоскости. Тогда $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ и $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, или

$$\begin{cases} 5a + b - 2c = 0 \\ a + 2b - c = 0. \end{cases}$$

Умножим обе части второго уравнения на -2 и результат сложим почленно с первым. Получим уравнение $3a - 3b = 0$. Положим $a = b = 1$. Тогда $c = a + 2b = 3$.

Через точку A проведём плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{n} = (1; 1; 3)$:

$$x + 3 + y + 3(z - 1) = 0, \text{ или } x + y + 3z = 0.$$

Пусть ρ — расстояние от точки $D(x_0; y_0; z_0)$ до плоскости, заданной уравнением $ax + by + cz + d = 0$. Тогда

$$\rho = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

В нашем случае

$$\rho = \frac{|1 + 3 + 6|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 3^2}} = \frac{10}{\sqrt{11}}.$$