

7544. Составьте параметрические уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2; 0; 3)$ перпендикулярно плоскости, проходящей через точки $A(-3; 0; 1)$, $P(-1; 2; 5)$ и $Q(3; -4; 1)$.

Ответ. $x = -2 + 4t$, $y = 6t$, $z = 3 - 5t$.

Указание. Точка $N(x; y; z)$ лежит на искомой прямой тогда и только тогда, когда вектор $\overrightarrow{MN}$ коллинеарен вектору, перпендикулярному плоскости APQ .

Решение. Найдём координаты векторов $\overrightarrow{AP}$ и $\overrightarrow{AQ}$:

$$\overrightarrow{AP} = (-1 - (-3); 2 - 0; 5 - 1) = (2; 2; 4),$$

$$\overrightarrow{AQ} = (3 - (-3); -4 - 0; 1 - 1) = (6; -4; 0).$$

Пусть $\vec{n} = (a; b; c)$ — ненулевой вектор, перпендикулярный плоскости APQ . Тогда

$$\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AP} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AQ} = 0, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 2a + 2b + 4c = 0 \\ 6a - 4b = 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + 2c = 0 \\ 3a - 2b = 0. \end{cases}$$

Положим $a = 4$, $b = 6$. Тогда $c = -\frac{1}{2}(a + b) = -5$.

Точка $N(x; y; z)$ лежит на искомой прямой тогда и только тогда, когда вектор $\overrightarrow{MN}$ коллинеарен вектору $\vec{n}$, т. е. когда координаты этих векторов пропорциональны:

$$\begin{cases} x + 2 = 4t \\ y = 6t \\ z = 3 - 5t. \end{cases}$$