

7542. Составьте уравнение плоскости, проходящей через точки $A(-3; 0; 1)$, $B(2; 1; -1)$ и $C(-2; 2; 0)$.
Ответ. $x + y + 3z = 0$.

Указание. Вычислите координаты векторов \vec{AB} и \vec{AC} . Координаты вектора \vec{n} , перпендикулярного векторам \vec{AB} и \vec{AC} , найдите из условий $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ и $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$.

Решение. Найдём координаты векторов \vec{AB} и \vec{AC} :

$$\vec{AB} = (2 - (-3); 1 - 0; -1 - 1) = (5; 1; -2),$$

$$\vec{AC} = (-2 - (-3); 2 - 0; 0 - 1) = (1; 2; -1).$$

Пусть $\vec{n} = (a; b; c)$ — ненулевой вектор, перпендикулярный искомой плоскости. Тогда $\vec{n} \cdot \vec{AB} = 0$ и $\vec{n} \cdot \vec{AC} = 0$,
или

$$\begin{cases} 5a + b - 2c = 0 \\ a + 2b - c = 0. \end{cases}$$

Умножим обе части второго уравнения на -2 и результат сложим почленно с первым. Получим уравнение $3a - 3b = 0$. Положим $a = b = 1$. Тогда $c = a + 2b = 3$.

Через точку A проведём плоскость, перпендикулярную вектору $\vec{n} = (1; 1; 3)$:

$$x + 3 + y + 3(z - 1) = 0, \text{ или } x + y + 3z = 0.$$