

Найти угол между двумя прямыми (пересекающимися или скрещивающимися), если известны Координаты направляющих векторов этих прямых.

Решение.

Пусть $\vec{p} \{x_1; y_1; z_1\}$ и $\vec{q} \{x_2; y_2; z_2\}$ — направляющие векторы прямых a и b . Обозначим буквой φ искомый угол между этими прямыми. Для решения задачи достаточно найти $\cos \varphi$, так как значение $\cos \varphi$ позволяет найти угол φ .

Введем обозначение $\theta = \angle \vec{p} \vec{q}$. Тогда либо $\varphi = \theta$, если $\theta \leq 90^\circ$ (рис.), либо $\varphi = 180^\circ - \theta$, если $\theta > 90^\circ$. Поэтому либо $\cos \varphi = \cos \theta$, либо $\cos \varphi = -\cos \theta$. В любом случае $|\cos \varphi| = |\cos \theta|$, а так как $\varphi \leq 90^\circ$, то $\cos \varphi \geq 0$, и, следовательно, $\cos \varphi = |\cos \theta|$. Исходя из скалярного произведения векторов, получаем

$$\cos \varphi = \frac{|x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}} \quad (2)$$