

2. Дан прямоугольный параллелепипед $KLMNK_1L_1M_1N_1$. Докажите, что: а) $|MK + MM_1| = |MK - MM_1|$; б) $|K_1L_1 - NL_1| = |ML + MM_1|$; в) $|NL - M_1L| = |K_1N - LN|$.

Решение :

$$\text{а) } |MK + MM_1| = |MK - MM_1|; \quad (1)$$

$$MK + MM_1 = MK + KK_1 = MK_1;$$

$$MM_1 + M_1K + MK, \quad MK - MM_1 = M_1K.$$

Диагонали в прямоугольном параллелепипеде равны, поэтому

$$|MK_1| = |M_1K|, \text{ равенство (1) доказано.}$$

$$\text{б) } |K_1L_1 - NL_1| = |ML - MM|; \quad (2)$$

$$K_1L_1 + L_1N = K_1N \quad (L_1N = -NL_1), \quad ML + MM_1 = ML + LL_1 = ML_1.$$

Но $|K_1N| = |ML_1|$ как диагонали равных боковых граней; равенство (2) доказано.

$$\text{в) } |NL - M_1L| = |K_1N - LN|; \quad (3)$$

$$NL + LM_1 = NM_1 \quad (-M_1L = LM_1),$$

$$K_1N + NL = K_1L \quad (-LN = NL).$$

Но $|NM_1| = |K_1L|$ как диагонали равных боковых граней; равенство (3) доказано.