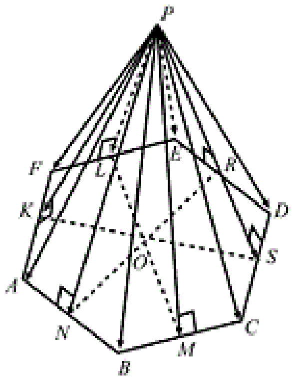
2. Точка P – вершина правильной шестиугольной пирамиды. Докажите, что сумма всех векторов с началом в точке P, образованных боковыми ребрами пирамиды, равна сумме всех векторов с началом в точке P, образованных апофемами.

Доказательство



В правильной пирамиде апофема является высотой боковой грани. Примем PO – высота пирамиды. Для грани PBC запишем:

PB = PM + MB,

PC = PM + MC, но MB = -MC, поэтому PB + PC = 2·PM.

Для грани PBA запишем:

PA = PN + NA, PB = PN + NB, но NA= -NB, поэтому PA + PB = 2·PN.

Для грани PFA запишем:

PA = PK + KA,

PF = PK + KF, но KF = -KA, поэтому PA + PF = 2·PK.

Вывод: для каждой рассмотренной грани получаем векторное равенство вида: 2·(вектор-апофему) = (сумма векторов – ребер), проведенных из вершины P. Для трех оставшихся граней это также имеет место.

Примем апофема 6-й грани будет PS:

PA + PB = 2·PN,

PB + PC = 2·PA,

PA + PF = 2·PK,

PC + PD = 2·PS.

Сложив эти равенства, получим

2·(PA + PB + PC + … + PS) = 2·(PN + PM + PK +…+ PS) или PA + PB + PC + PD + PE + PF = PN + PK + PL + PR + PS + PM.