

1. Докажите, что при осевой симметрии: а) прямая, параллельная оси, отображается на прямую, параллельную оси; б) прямая, образующая с осью угол φ , отображается на прямую, также образующую с осью угол φ .

Доказательство

а) Примем a – ось симметрии, $l \parallel a$. Из точки L_1 проведем $LA \perp a$; продолжим LA за точку A на расстояние $AM = LA$.

Из точки $L_1 \in l$ проведем $L_1A_1 \perp a$; продолжим L_1A_1 за точку A_1 на расстояние $A_1M_1 = L_1A_1$.

Параллельные прямые a и l лежат в одной плоскости. Тогда, четырехугольник LMM_1L_1 – плоский четырехугольник.

$ML = M_1L_1$ – по построению, $ML \perp l$ и $M_1L_1 \perp l$, значит, $ML \parallel M_1L_1$ поэтому четырехугольник LMM_1L_1 – прямоугольник. Т.е. $MM_1 \parallel L_1L$ или $l \parallel m$.

б) Если a не параллельна l , то a пересекается с l в некоторой точке A .

Возьмем некоторую точку $N \in l$, проведем $NE \perp a$, продолжим отрезок NE за точку E на расстояние $EF = NE$. Через точку F проведем прямую FA (или m).

Рассмотрим $\triangle AEF$ и $\triangle AEN$. $NE = EF$, AE – общий катет, значит, $\triangle AEF = \triangle AEN$, поэтому $\angle EAN = \angle EAF = \varphi$.

Итак, прямая m образует угол φ с осью симметрии.