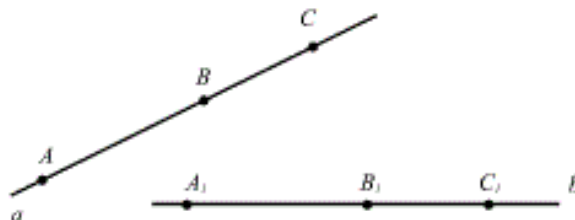


3. Докажите, что при движении: а) прямая отображается на прямую; б) плоскость отображается на плоскость.

Доказательство

а) а – данная прямая.



Выберем на прямой а точки А, В, С. При движении они перейдут в точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно, причем $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$ и $AC = A_1C_1$. Докажем, что точки A_1 , B_1 , C_1 лежат на прямой.

$A_1C_1 = A_1B_1 + B_1C_1$. Такое равенство действительно возможно, если только все три точки – на одной прямой; в противном случае, по неравенству треугольника $A_1C_1 < A_1B_1 + B_1C_1$. В силу произвольного выбора точек А, В и С доказательство справедливо для любых других трех точек, поэтому при движении прямая переходит в прямую.

б) На плоскости α проведем прямую а и выберем точку $O \notin a$.

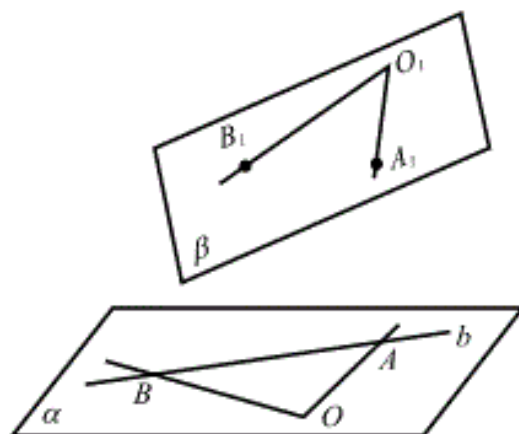


Рисунок Проведем из точки О отрезки, пересекающие прямую а в точках А и В. При движении: $O \rightarrow O_1$, $A \rightarrow A_1$, так что $OA = O_1A_1$; $B \rightarrow B_1$, так что $OB = O_1B_1$.

Через две пересекающиеся прямые проходит плоскость и притом только одна. Что и требовалось доказать.